

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 2 febbraio 2016



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \log\left(\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 1}\right)$$

Dominio	$E = (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$
Positività	$P = (-\infty, 3/5)$
Intersezioni	$A(0; \log 4) \quad B(3/5; 0)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 2}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(2-x)}{(x+1) \cdot (x^2+2)} \quad E = \mathbb{R} / \{-1\}$
Estremi	$M(2; \log(3/2)) \quad \text{cresce in } (-1, 2)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = x \cdot e^{\frac{3}{2}x^2}$

Derivata prima	$f' = e^{\frac{3}{2}x^2} \cdot (1 - 3x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = 9e^{\frac{3}{2}x^2} \cdot x \cdot (x^2 - 1)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-1; -e^{-3/2}); \quad F_2(0; 0); \quad F_3(1; e^{-3/2})$ convessa in $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{4x^5 + 2x^3 - 3x^2 + 6x + 7}{(x^2 - 9) \cdot (x^2 - 6x + 8)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-3, 2, 3, 4\}$
As. verticali	$x = -3, x = 2, x = 3, x = 4$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 4x + 24$

Domande teoriche

1) Il teorema di Lagrange con esempio (punti 3)

2) La definizione di limite nel caso degli asintoti orizzontali (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_0^1 \left(\frac{2x + \sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}} \right) dx \quad \text{e} \quad \int (1 + 3x^2) \cdot \log x \, dx$$

Integrale definito	primitiva: $-8\sqrt{x} + x + \frac{4}{3}\sqrt{x^3}$ $-\frac{17}{3}$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{3}x \cdot (x^2 + 3) + (x + x^3) \cdot \log x + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = k \\ k \cdot x - 3y + 3z = 4 \\ x + 2y + k \cdot z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -4/3; 0$: incompatibile $k \neq -4/3; 0$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{3k^2 + 18k - 32}{3k^2 + 4k}; y = \frac{k^3 - 13k + 16}{3k^2 + 4k}; z = \frac{-2k^2 + 3k + 16}{3k^2 + 4k}$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 - 2x \cdot y + y^2 + 2x - 3y + 4$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 3x + 3y = 2$

Derivate parziali	$f_x = 8x - 2y + 2 \quad f_y = -2x + 2y - 3$
Estremi liberi	$m(1/6; 5/3) \quad z = 5/3 \quad H = 12$
Estremi vincolati	$m(-1/6; 5/6) \quad \lambda = -1/3 \quad z = 9/4$ $H = -126$

Domande teoriche.

3) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4, 4*)

4) La compatibilità dei sistemi lineari (punti 3*)

5) Definizione di derivata parziale (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.

*Punteggi II parte contrassegnati con *.*